

# MATEMÁTICAS

**Lorea BUSTO BASTERRA**

## **CREACIÓN DE UN MATERIAL DIDÁCTICO QUE FACILITA LA ABSTRACCIÓN DE SUMA- RESTA**

**TFG/GBL 2014**



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales  
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

**Grado en Maestro de Educación Primaria  
/  
*Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua***



**Grado en Maestro en Educación Primaria**  
**Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua**

Trabajo Fin de Grado

***CREACIÓN DE UN MATERIAL  
DIDÁCTICO QUE FACILITA LA  
ABSTRACCIÓN DE SUMA-RESTA***

Lorea BUSTO BASTERRA

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES  
GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA

**UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA**  
**NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA**

**Estudiante / Ikaslea**

Lorea BUSTO BASTERRA

**Título / Izenburua**

Creación de un material didáctico que facilita la abstracción de suma-resta.

**Grado / Gradu**

Grado en Maestro en Educación Primaria / Lehen Hezkuntzako  
Irakasleen Gradua

**Centro / Ikastegia**

Facultad de Ciencias Humanas y Sociales / Giza eta Gizarte Zientzien  
Fakultatea  
Universidad Pública de Navarra / Nafarroako Unibertsitate Publikoa

**Director-a / Zuzendaria**

Olga Raquel GARCÍA CATALÁN

**Departamento / Saila**

Matemáticas/ Matematika

**Curso académico / Ikasturte akademikoa**

2013/2014

**Semestre / Seihilekoa**

Primavera / Udaberria

## Preámbulo

El Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, modificado por el Real Decreto 861/2010, establece en el Capítulo III, dedicado a las enseñanzas oficiales de Grado, que “estas enseñanzas concluirán con la elaboración y defensa de un Trabajo Fin de Grado [...] El Trabajo Fin de Grado tendrá entre 6 y 30 créditos, deberá realizarse en la fase final del plan de estudios y estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título”.

El Grado en Maestro en Educación Primaria por la Universidad Pública de Navarra tiene una extensión de 12 ECTS, según la memoria del título verificada por la ANECA. El título está regido por la *Orden ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria*; con la aplicación, con carácter subsidiario, del reglamento de Trabajos Fin de Grado, aprobado por el Consejo de Gobierno de la Universidad el 12 de marzo de 2013.

Todos los planes de estudios de Maestro en Educación Primaria se estructuran, según la Orden ECI/3857/2007, en tres grandes módulos: uno, *de formación básica*, donde se desarrollan los contenidos socio-psico-pedagógicos; otro, *didáctico y disciplinar*, que recoge los contenidos de las disciplinas y su didáctica; y, por último, *Practicum*, donde se describen las competencias que tendrán que adquirir los estudiantes del Grado en las prácticas escolares. En este último módulo, se enmarca el Trabajo Fin de Grado, que debe reflejar la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas. Finalmente, dado que la Orden ECI/3857/2007 no concreta la distribución de los 240 ECTS necesarios para la obtención del Grado, las universidades tienen la facultad de determinar un número de créditos, estableciendo, en general, asignaturas de carácter optativo.

Así, en cumplimiento de la Orden ECI/3857/2007, es requisito necesario que en el Trabajo Fin de Grado el estudiante demuestre competencias relativas a los módulos de formación básica, didáctico-disciplinar y practicum, exigidas para todos los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

En este trabajo, el módulo *de formación básica* se desarrolla en la primera parte del trabajo, donde se hace referencia a los antecedentes. En este apartado se hace referencia a los principales autores de la psicología que hecho grandes aportaciones al marco de la educación.

El módulo *didáctico y disciplinar* está presente a lo largo de todos los apartados a través de la creación de un material didáctico y su aplicación.

Asimismo, el módulo *practicum* está desarrollado en el apartado de "Puesta en práctica". En él se desarrolla la puesta en práctica llevada a cabo en un aula de Educación Primaria y una propuesta didáctica alternativa. Estas propuestas están diseñadas con el fin de conseguir los objetivos que se plantean con el proyecto.

## Resumen

Durante el desarrollo del siguiente trabajo se han analizado los materiales didácticos que pueden resultar útiles a los niños de primer ciclo de Primaria para comprender claramente y lograr una abstracción de los conceptos de suma y resta.

Nos planteamos unos objetivos que el método debía verificar y tras analizar distintos materiales disponibles, decidimos desarrollar un mecanismo basado en las tradicionales regletas numéricas. Pensamos que el material que proponemos consigue cumplir con los deseables de ser útil, eficiente y divertido para los niños.

Además, del diseño del material, nos hemos planteado dos líneas de aplicación del mismo. Una para niños que han comprendido ambas definiciones de suma-resta (conjuntista y recursiva). Otra vía distinta de acción (que además hemos podido experimentar, con grandes resultados) se ha planteado para niños que aun habiendo entendido la definición conjuntista de adición, no lograban asimilar el concepto recursivo de siguiente, viéndose rezagados en la clase al no poder realizar sumas desligadas de dibujos.

*Palabras clave:* definición conjuntista y recursiva de suma-resta; abstracción de adición; método basado en regletas tradicionales.

## Abstract

During the development of this paper we are going to treat some didactic materials. They can be useful to help the first and second grade students understand and achieve the abstraction of the concept of subtraction and addition.

We set some objectives the method should verify and after analyzing the available materials we decide to carry out in a mechanism based

on numerical strips. We think that the material we are suggesting will achieve our goals to be serviceable, efficient and funny for the kids.

We not only design the material but also think of two ways of employing it. The first one is thought for the children who have understood both definitions (as cardinality of the union set of disjoint sets and the recursive definition through the use of the following) of addition-subtraction. The other procedure to use the materials (we have been able to try out and solved with great results) is set out for the pupils that although they do understand the set definition of addition, they cannot comprehend the recursive concept. This fact makes struggle in the classroom since they are not able to add when they cannot see a representation with an image of the addition.

*Keywords:* set and recursive definitions of addition-subtraction; abstraction of the concept of addition; mechanism based on traditional numerical strips.



# Índice

## Introducción

<b>1. Antecedentes, objetivos y cuestiones.</b>	<b>3</b>
1.1. Antecedentes	3
1.1.1.LGE	3
1.1.2.LOGSE	4
1.1.3.LOE	5
1.1.4.Principales aportaciones de autores	6
1.2. Objetivos	8
1.3. Cuestiones	9
<b>2. Marco teórico</b>	<b>10</b>
2.1. Entorno académico	10
2.2. Presentación del proyecto	12
2.3. Construcción del material	18
2.4. ¿Por qué es un buen método?	28
2.5. ¿Qué desearíamos?	29
<b>3. Puesta en práctica</b>	<b>31</b>
3.1. Puesta en práctica real	31
3.1.1 Justificación	31
3.1.2 Informe del sujeto	32
3.1.3 Características del trastorno	33
3.1.4 Objetivos didácticos	34
3.1.5 Contenidos	34
3.1.6 Metodología	35
3.1.7 Actividades	35
3.1.8 Evaluación	38
3.2. Propuesta didáctica	38
3.2.1 Justificación	38
3.2.2 Objetivos didácticos	39
3.2.3 Contenidos	39
3.2.4 Metodología	41
3.2.5 Actividades	41
3.2.6 Evaluación	46
<b>4. Resultados y su discusión</b>	<b>48</b>
4.1 Resultados	48
4.2 Expectativas	49
4.3 Problemas	51

## Conclusiones y cuestiones abiertas

## Referencias

## Anexos



## **Introducción**

El Trabajo Fin de Grado que voy a realizar está enmarcado en el área de las Matemáticas. Más concretamente se trata del “Diseño de métodos para la resolución de problemas matemáticos o de propuestas que fomenten la creatividad y el descubrimiento en el aprendizaje de algún aspecto concreto de las matemáticas”.

El porqué de la elección de este tema tiene que ver con la importancia que tienen las matemáticas en la vida cotidiana. La mayoría de las acciones que realizamos a lo largo del día están fundamentadas en comportamientos matemáticos, aunque al llevarlas a cabo no pensemos la actividad matemática que estamos desarrollando.

La enseñanza de esta disciplina en las escuelas de Educación Primaria es algo muy importante, ya que se trata de un aspecto fundamental en la vida de todas las personas, tal y como hemos mencionando. Por ello, los maestros y maestras deben tener no sólo un amplio conocimiento teórico-práctico matemático, sino un conocimiento metodológico; esto es, cómo enseñar matemáticas a los/as alumnos/as.

Siguiendo esta idea consideramos oportuno crear situaciones de aprendizaje significativo para los alumnos/as, donde la motivación, y el aspecto lúdico jueguen un papel primordial, ya que serán estos aspectos claves para lograr situaciones de aprendizaje.

Por otra parte, consideramos que una de las operaciones más básicas e importantes es la suma-resta y observando las dificultades que suponen para los niños pasar de la definición conjuntista de suma a la definición recursiva, consideramos oportuno construir un material didáctico que sirviera como puente de enlace entre ambas.

Todas estas ideas llevarán a la elección y diseño de este Trabajo Fin de Grado.

# 1. ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y CUESTIONES

## 1.1 Antecedentes

Según la Real Academia Española entendemos la aritmética como la parte de las matemáticas que estudia los números y las operaciones hechas con ellos.

El Decreto Foral 24/2007 establece el currículum de Educación Primaria. Este está estructurado en áreas de conocimiento. El área de matemáticas cuenta con cuatro bloques de conocimientos. El Bloque I hace referencia a *Números y Operaciones*. Es aquí donde quedan recogidos los contenidos referidos a la aritmética. *Interesa principalmente la habilidad para el cálculo con diferentes procedimientos y la decisión en cada caso sobre el que sea más adecuado.* (pp 73, 2007)

Cabe destacar el carácter transversal de la aritmética, ya que a partir de ella se desarrollarán el resto de destrezas matemáticas, es decir, la aritmética es la base de las matemáticas.

La enseñanza de esta disciplina ha evolucionado en el tiempo según las leyes que se han ido sucediendo en el marco del sistema educativo español. Consideramos oportuno revisar dichas leyes, así como las aportaciones de diversos autores.

### 1.1.1 L.G.E (1970): Ley General de Educación

Con la implantación de la Ley General de Educación en el Sistema Educativo español, este se aproxima más a los sistemas educativos de Europa.

Está basada en los principios de la Escuela Nueva (movimiento producido entre finales del S.XIX y la Segunda Guerra Mundial y que tiene lugar en distintos países y con iniciativas diferentes) cuyo objetivo final es mejorar la realidad escolar.

Estos principios pueden resumirse en: individualización, socialización, globalización, actividad, enseñar a aprender y programas flexibles.

Las principales preocupaciones que persigue esta ley son la calidad de la enseñanza y establecer relaciones entre el sistema educativo y el mundo laboral.

La Educación General Básica (EGB) se corresponde con la Educación Primaria de la actualidad. Es la etapa obligatoria de educación para toda la población comprendida entre 6 y 14 años. Está dividida en tres ciclos: ciclo inicial (6-9 años), ciclo medio (9-12 años) y ciclo superior (12-14 años)

#### *1.1.2 L.O.G.S.E (1990): Ley Orgánica General del Sistema Educativo*

Con la Ley Orgánica 1/1990, del 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo, se establece en Navarra el Decreto Foral 100/1992 de 16 de marzo, que organiza los contenidos de las áreas del currículum en bloques en los que se especifican los conceptos, procedimientos y actitudes en la enseñanza. De esta forma se garantiza una formación común a todo el alumnado.

Así el currículum es el conjunto de objetivos, contenidos, métodos de enseñanza y criterios de evaluación para cada uno de los niveles, etapas, ciclos o modalidades existentes en el sistema educativo.

La Educación Primaria es la etapa de carácter obligatorio (junto con la Educación Secundaria Obligatoria) que abarca las edades comprendidas entre los 6 y los 12 años. El fin de esta etapa educativa es proporcionar una educación básica y común que permita a los alumnos la adquisición de los elementos básicos culturales, los conocimientos de expresión oral, lectura, escritura, aritmética, así como unas capacidades mínimas para desenvolverse en el medio.

Una de las aportaciones más significativas en cuanto al área de matemáticas que se introduce con esta ley es la de partir de

situaciones de la vida cotidiana. Sobre estos hechos se sustentan las operaciones simples y los procedimientos lógicos elementales.

De esta forma, se crea un aprendizaje que es significativo para los alumnos y por lo tanto las estrategias resolver los problemas que se les plantean también lo son.

El aprendizaje matemático es inductivo, es decir, pasa de lo concreto a lo abstracto. Este hecho supone un cambio relevante en la enseñanza de las matemáticas en las escuelas. El aprendizaje por parte de los alumnos estará basado en sus propias experiencias, en situaciones concretas, de las cuales los alumnos adquirirán representaciones lógicas. Paulatinamente, estas representaciones que los alumnos van haciendo de sus propias experiencias, pasarán a ser representaciones abstractas.

Cabe destacar en último lugar el cambio que supone esta ley con respecto a la metodología. Las experiencias e intereses de los alumnos tienen gran relevancia, y por lo tanto, el proceso de enseñanza-aprendizaje girará en torno a ellos. Además, la enseñanza estará individualizada, respetando los ritmos de aprendizaje de todos los alumnos.

### *1.1.3 L.O.E (2006): Ley Orgánica de Educación*

Con la Ley Orgánica de Educación 2/2006 del 3 de Mayo se establece un nuevo marco educativo. Así pues, el 19 de marzo de 2007, entra en vigor el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra, que establece el Decreto Foral 24/2007.

Uno de los principales cambios que supone la implantación de la L.O.E en el sistema educativo español, es la introducción de las competencias básicas en el currículum. Se define competencia básica como *la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada*. Es decir, hacen referencia a la puesta en práctica de los saberes ya aprendidos.

Los contenidos del área de matemáticas están estructurados en cuatro bloques: Números y Operaciones, Medida, Geometría y Tratamiento de la Información, Azar y Probabilidad. No sólo existe relación entre todos los bloques de esta área, sino que los contenidos de todas las áreas están relacionados.

El sentido del área de matemáticas es experimental, se parte de las situaciones cercanas de los alumnos, de las que forman parte de su vida cotidiana, para desarrollar progresivamente conocimientos más complejos.

Una de las aportaciones más significativas de esta ley en cuanto al proyecto que voy a desarrollar es la importancia que se le otorga al uso de los materiales didácticos.

Se añade además, que *se reclama la presencia de materiales como vehículos de conceptualización en el paso de lo concreto a lo abstracto*. (García y Jiménez, 2011, 9).

Además de analizar las diferentes leyes de la educación y las repercusiones de las mismas en cuanto a la enseñanza de las matemáticas en las aulas de Educación Primaria, es necesario tener en cuenta las distintas aportaciones de los autores en psicología evolutiva y matemáticas, ya que son el referente a seguir en la enseñanza de este área.

#### *1.1.4 Aportaciones de autores en psicología evolutiva en matemáticas.*

El concepto de número no está presente en la mente del niño desde el momento en el que éste nace, sino que la construcción de dicha noción se va consiguiendo a lo largo del desarrollo del niño. De la misma forma, el niño no está preparado para adquirir los diferentes conceptos en unas edades u otras.

En la construcción del concepto de número entran en juego dos factores:



- Factor genético: hace referencia al pensamiento del niño.
- Factor externo: experiencias y relaciones con el medio.

El pensamiento lógico-matemático se ve favorecido cuando el niño se relaciona con el medio y comparte experiencias.

Los periodos o estadios que Piaget establece son los siguientes (Piaget ,1971):

- Periodo sensoriomotor (0-2 años): la interacción del niño con el medio se basa en movimientos y manipulaciones.
- Estadio preoperacional (2-6 años): aparece el lenguaje. Los problemas son resueltos de manera intuitiva. Etapa marcada por el egocentrismo.
- Estadio operacional concreto (6-12 años): Disminuye el pensamiento egocéntrico. Los niños pueden entender el concepto de agrupar. El pensamiento abstracto no está desarrollado en su totalidad, sino que tiene que hacerlo en un futuro.
- Estadio operacional formal (a partir de los 12 años): Visión más abstracta del mundo. Se utiliza la lógica formal. Capacidad para formular hipótesis.

Esto puede encontrarse también desarrollado por otros autores, véase por ejemplo, (Beard, R.M. ,1971).

Teniendo en cuenta los estadios de Piaget y las características y desarrollo de los niños en las diferentes etapas, cabe decir que la enseñanza de las matemáticas (y del resto de los saberes) tiene que estar estructurado de tal forma que los niños sean capaces de adquirir los conceptos que se les presentan.

De esta forma, y basándonos en la obra de Brissiaud (Brissiaud, 1993), la enseñanza de la suma-resta comienza a enseñarse siguiendo los principios conjuntistas. La abstracción de dichas operaciones (definición recursiva de adición-sustracción) no se logra

hasta que los niños tienen desarrollado completamente el pensamiento abstracto.

No obstante, la forma de enseñar matemáticas ha variado a lo largo de la historia tal y como se recoge en la obra de Aebli (Aebli, 1968). Desde las perspectivas tradicionales de la didáctica de las matemáticas en las cuales se fomentaba una enseñanza basada en la intuición hasta las teorías actuales donde la importancia recae principalmente en la construcción por parte del alumno del propio conocimiento.

## **1.2 Objetivos**

Esta propuesta didáctica y el fin último del proyecto, supone que el alumno sea capaz de pasar de la definición conjuntista de adición-sustracción a la definición recursiva, y que este paso sea o bien reforzado, o bien inducido y facilitado, a través del material didáctico: “la máquina de sumar”<sup>1</sup>.

Concretando y de forma muy esquemática, nos proponemos los siguientes objetivos:

Objetivo principal:

- Proponer el material didáctico “la máquina de sumar” como puente entre la definición conjuntista de adición y la definición recursiva.

Objetivos específicos:

- Desarrollar el concepto y la operación de suma en niños con dificultades de aprendizaje a través del material didáctico “la máquina de sumar”.

---

<sup>1</sup> El nombre ha sido elegido por un niño que lo ha utilizado para la realización de sumas, de ahí que haya elegido esta nomenclatura, que aquí nos atrevemos a reproducir.

- Proporcionar ayudas a niños con dificultades de aprendizaje con el fin de que puedan interiorizar conceptos que no tenían desarrollados.
- Motivar el aprendizaje de las matemáticas a través de una metodología lúdica.

### **1.3 Cuestiones**

Con la realización del trabajo han ido surgiendo una serie de incógnitas a las que intentaremos dar respuesta con la puesta en práctica del método. Cabe decir que las respuestas dadas a esta serie de preguntas que se nos plantean podrían variar en función de la puesta en práctica llevada a cabo: diferentes alumnos, con distintas características y en contextos diferentes.

Las cuestiones son las siguientes:

1. ¿Son los materiales didácticos una pieza fundamental en el desarrollo de conceptos matemáticos?
2. A través de una metodología lúdica y participativa, ¿se obtienen mejores resultados que siguiendo metodologías basadas en la memorización de algoritmos?
3. Los niños con dificultades de aprendizaje, ¿serán capaces de pasar a la abstracción de conceptos matemáticos?
4. A través el proyecto llevado a la práctica, ¿podrán los alumnos aplicar dichos conocimientos a problemas que se les planteen en la vida cotidiana?

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Entorno académico

El 19 de marzo de 2007 entra en vigor el currículo de las enseñanzas de Educación Primaria en la Comunidad Foral de Navarra establecido por el Decreto Foral 24/2007.

El currículum de Educación Primaria establece la siguiente definición de Matemáticas: *"conjunto de saberes asociados en una primera aproximación a los números y las formas, que se van progresivamente completando hasta constituir un modo valioso de analizar situaciones variadas"*. (pp 72, 2007).

De esta forma, las matemáticas se convierten en un saber imprescindible para todas las personas, y por lo tanto, un área de aprendizaje en las escuelas.

Las matemáticas tienen una doble función (Currículo de Educación Primaria en Navarra, Área De Matemáticas, 2007):

- Se aprende matemáticas porque son útiles en otros ámbitos (en el día a día, en el mundo laboral, para aprender otras cosas...).
- Contribuyen a potenciar las capacidades cognitivas de niños y niñas.

Tal y como he mencionado anteriormente, basándome en el currículum, las matemáticas se van construyendo progresivamente, por lo tanto su enseñanza también será progresiva. El desarrollo cognitivo de los alumnos y sus capacidades en las distintas etapas de desarrollo establecerán qué se debe enseñar en cada momento.

Las operaciones de suma-resta son una de las operaciones básicas que se van desarrollando previamente a la inserción escolar. Un niño antes de la Educación Infantil es capaz de contar los juguetes que hay en su habitación, cuántos caramelos se ha comido, cuántas películas tiene guardadas en la estantería. Es capaz de realizar este

tipo de operaciones basadas en la suma, porque hacen referencia a la operación de adición siguiendo los principios conjuntistas. Únicamente el niño debe saber contar el número de elementos de las colecciones para poder realizar dicha operación. En cambio, el paso entre la definición conjuntista de adición y la definición recursiva, es un paso difícil, ya que pasamos de enumerar elementos a tener representadas las operaciones mediante símbolos. Este paso entre una definición y otra no se realiza de forma inmediata en los niños, sino que es necesario además, tener en cuenta el desarrollo cognitivo del niño. Así, el ciclo de referencia para la enseñanza y aprendizaje formal de esta operación es el primer ciclo de Educación Primaria.

Los contenidos del currículum están organizados en cuatro bloques, aunque no independientes, pues la relación entre los contenidos es necesaria e imprescindible.

Los contenidos a los que va a hacer alusión el proyecto que planteo son los siguientes:

#### Bloque 1. Números y Operaciones

- Operaciones
  - Utilización en situaciones familiares de la suma para juntar o añadir; de la resta para separar o quitar; y de la multiplicación para calcular número de veces.
  - Expresión oral de las operaciones y el cálculo.
  - Disposición para utilizar los números, sus relaciones y operaciones para obtener y expresar información, para la interpretación de mensajes y para resolver problemas en situaciones reales.

Cabe destacar también que el trabajo está fundamentado según los objetivos y criterios de evaluación establecidos en el currículum de Educación Primaria del área de Matemáticas, además de contribuir al desarrollo de las competencias básicas.

El curso que vamos a tomar como referencia para llevar a la práctica el proyecto es 2º de Educación Primaria. Las características y habilidades que los niños tienen en esta etapa y nivel educativo, hacen que sea posible la puesta en práctica del proyecto en este nivel y no en otro. El desarrollo de los niños de un curso inferior haría que los conceptos que se plantean supongan demasiadas dificultades, y por lo tanto no se podría avanzar en la asimilación de los mismos.

Los niños ya saben realizar las operaciones de adición-sustracción, aunque se hace necesaria la práctica de estas operaciones con el fin de lograr un dominio de las mismas y un avance en cuanto a las dificultades de dichas operaciones (sumar con llevadas, por ejemplo).

Las habilidades lingüísticas que los niños poseen en este nivel hacen que sea posible un diálogo con ellos y que las instrucciones presentadas por el profesor sean entendidas a la perfección por el alumnado. Los niños ya saben leer y escribir con notoria facilidad y soltura, por lo que esto facilita la comprensión de determinados aspectos de nuestro proyecto.

Las habilidades plásticas de los niños de este nivel también son las adecuadas para ponerlo en práctica, es decir, la asignatura de Educación Artística (plástica) podría ser una de las áreas (además de otras) en las que se lleve a cabo el proyecto. El alumnado es capaz de seguir las directrices del profesor en cuanto a recortar, pegar, pintar, etc.

## **2.2 Presentación del proyecto**

La operación de adición (y sustracción) es, como hemos dicho anteriormente, una de las operaciones básicas. Así, la práctica de la misma tiene lugar en la vida cotidiana en muchas de las acciones que llevamos a cabo a lo largo del día: un adulto en su día a día utiliza las operaciones de adición-sustracción en numerosas ocasiones; por ejemplo, contar las horas que le quedan para salir del trabajo,

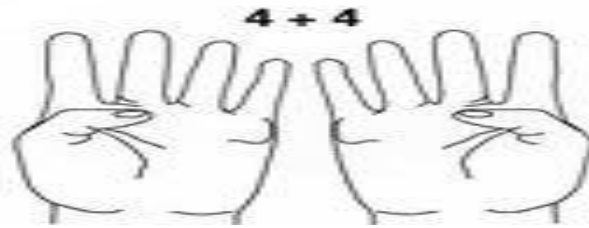
calcular el número de horas que tiene de sueño, comprar en el supermercado, etc. Un niño también tiene presente en su día a día las operaciones de adición-sustracción. Es capaz de contar los regalos que ha tenido el día de su cumpleaños, cuántos niños están en la clase y cuántos faltan, cuántas chucherías se ha comprado, etc.

De esta forma, se pone de manifiesto que los niños están expuestos a numerosas situaciones que requieren el concepto de suma, incluso antes de su inserción escolar. Por lo tanto, partimos de que los niños entienden dichos conceptos.

Siguiendo, por ejemplo a Wilhelmi y Pascual (Pascual, J.R., Wilhelmi, M.R., 2006), la suma es entendida como la idea de añadir, de agregar, de juntar. No está tan clara la idea de avanzar en la secuencia numérica. La resta se refiere a quitar, separar, y de nuevo debemos abstraernos para llegar a entenderla como retroceso en la secuencia numérica. Es decir, la resta es la operación inversa a la suma.

Estos conceptos de suma y resta que los niños tienen, están enmarcados dentro de definiciones no formales de suma o resta. Una de las estrategias que los niños desarrollan para realizar dichas operaciones es la de contar con los dedos.

Tal y como dice Maza, la primera estrategia que construye el niño para dar respuesta a los problemas aditivos es la de "*contar todo*". Para ello el niño forma el primer sumando con los dedos, después forma el segundo sumando de la misma forma, y cuenta todos los elementos empezando por el primero. El último número en recitar es el resultado de la operación.



**Figura 1. Estrategia de "Contar todo"**

Otra de las estrategias que menciona este autor es la de "*Contar a partir del sumando mayor*". Para realizar la suma de  $4+2$  (tengo cuatro caramelos y me compro dos más) el niño coloca cuatro dedos de su mano hacia arriba (son los caramelos que tiene, primer sumando) y en la otra mano coloca dos dedos hacia arriba (los caramelos que se compra, segundo sumando). Para llegar al resultado empieza a contar a partir de cuatro y avanza en la secuencia numérica hasta llegar al resultado.

Cuando el niño ha llegado a desarrollar la estrategia de "*Contar a partir del sumando mayor*" significa que el niño tiene interiorizada y posee un dominio de la secuencia numérica. (Maza, 1991, 30).

Con el planteamiento del proyecto queremos potenciar el entendimiento y agilidad práctica de la definición recursiva del cálculo de sumas y restas a través de la noción de siguiente.

Dada la función siguiente  $S$ , la adición de dos números naturales se obtiene aplicando de manera sistemática la regla de recurrencia siguiente:

1.  $\forall n \in \mathbb{N}, n+0 = n$
2.  $\forall n, m \in \mathbb{N}, n+S(m) = S(n+m)$

De esta forma, nos planteamos un método tangible que los niños puedan manipular (e incluso llegar a construir ellos mismos) para



potenciar estas habilidades de cálculo y que les supusiera un primer paso anterior al cálculo abstracto, pero posterior al dibujo gráfico.

La práctica repetida de las operaciones de suma y resta a través de un material que ellos pueden manipular fomenta la interiorización de las distintas operaciones. Además, la presencia del componente lúdico favorece también dicha memorización.

Tal y como se indica en el trabajo recogido por Castro (Castro, 2001), y en aparente contraposición con la idea que acabo de aportar, existen numerosos inconvenientes que frenan el empleo de materiales didácticos en el aula: escasos recursos económicos, aulas con alumnos de características dispares, poca creatividad del profesorado, oposición del resto del profesorado a innovar con materiales didácticos, el ritmo de las clases es más lento, etc.

Hemos querido eliminar, en la medida de lo posible, la mayoría de inconvenientes para la realización de la "máquina de sumar":

- Recursos económicos: Los materiales con los que está hecha la máquina de sumar están al alcance de todos los centros educativos y todas las familias. Con dos cartulinas, unas tijeras y unos rotuladores se puede realizar.
- Alumnado heterogéneo: El proyecto puede servir tanto para alumnos con dificultades de aprendizaje (alumnos con los que se ha puesto en práctica) como para alumnos con un aprendizaje normal o incluso para aquellos alumnos con altas capacidades (a priori nuestros destinatarios más ambiciosos). Dependiendo del uso que se haga del mismo y del planteamiento (uso, manejo, diseño...) se le podrá dar varios fines.

- La utilización de este material no frenará el ritmo de las clases, ya que se trata de una forma natural de cálculo, divertida y rápida de ejecutar.
- Esperamos que a todos les resulte interesante su utilización.

Antes de embarcarnos en el diseño de la "máquina de sumar-restar", analizamos diferentes materiales didácticos de los que disponemos para la enseñanza de la operación de suma y resta con el fin de poder utilizarlos (o modificarlos) para llegar a nuestro objetivo principal: que reflejen la idea básica de que sumar  $m+n$  es calcular el siguiente a  $m$ ,  $n$  veces y restar  $m-n$  es calcular el anterior a  $m$ ,  $n$  veces. Para ello, seguimos la obra de Hernán y Carrillo (Hernán, Carrillo, 1988).

- Regletas Cuiseinaire: se trata de un material didáctico destinado básicamente a que los niños se inicien en las actividades de cálculo. Consta de un conjunto de regletas de madera de diez tamaños y colores diferentes. Realizar la operación de adición utilizando este material es muy frecuente. Sin embargo, analizando dicho material nos damos cuenta de que su aplicación no está basada en la noción de siguiente. Esto sucede con los bloques multibase o la máquina operadora de Dienes.
- Calculadora y programas de cálculo: son bastante utilizados en la vida adulta de las personas para resolver diferentes operaciones matemáticas (en muchos casos de forma excesiva e inútil). En las aulas de Educación Primaria se introducen estos materiales con el fin de que los niños tengan un primer acercamiento a ellos.

El uso de los mismos no ayuda a la comprensión de las distintas operaciones que se trabajan en la etapa de Primaria. Se trata de materiales donde el simbolismo está muy presente, ya que las teclas de la calculadora, por ejemplo, representan los distintos dígitos u operaciones a realizar. Tan solo con

introducir los números y los símbolos de las operaciones que deseamos hacer, obtenemos directamente el resultado. Los niños no comprenden los pasos que se han llevado a cabo ni el porqué del resultado.

Otro de los inconvenientes del uso de la calculadora es que genera un concepto equivocado del valor de la misma; esto es, los niños dan por supuesto que los resultados que se obtienen con el manejo de la calculadora son siempre correctos, cuando la realidad no es siempre es ésta.

- El ábaco: es un material didáctico de uso muy frecuente en el aula, ya que su valor económico no es muy elevado y además, los aprendizajes que se derivan de su uso son múltiples. En cuanto al ábaco como material didáctico empleado para la enseñanza del algoritmo de la suma cabe destacar que en el proceso se pierde información. Cuando se realiza la operación se van añadiendo o quitando bolas de las varas, y por lo tanto, al finalizar la operación, desconocemos el número del que partíamos y el número que le hemos añadido y únicamente tenemos el resultado de la operación.

Tras analizar los materiales más frecuentes en las aulas llegamos a la conclusión que con su aplicación o bien no fomentamos la definición recursiva de adición o bien no conseguimos un reflejo de todos los ingredientes presentes en la suma, esto es: ambos sumandos y resultado.

Deseamos esto último porque creemos que la reiteración de ver, por ejemplo, que  $3 + 9$  dan 12 es lo que a posteriori hace que el niño calcule sin problemas  $3 + 9 = 12$ , pero necesita ver el 3 y el 9 como iguales y el 12 como resultado.

## 2.3 Construcción del material

Tomamos un método basado en regletas (dos tablas de números que se superponen) y estudiamos cómo modificarlo y adaptarlo a todos nuestros requisitos. Para ello, tenemos que tener en cuenta los siguientes aspectos que hacen referencia al algoritmo de la suma y a la operación de adición.

En la suma hay tres elementos importantes: dos sumandos (el número del que partimos y el que le queremos añadir) y el resultado o solución de la operación.

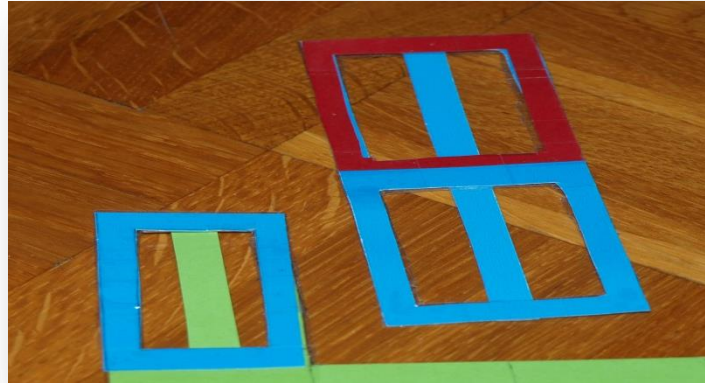
$$\begin{array}{rcl}
 4 & \longrightarrow & \text{Número del que partimos} \\
 + 2 & \longrightarrow & \text{Número que le añadimos} \\
 \hline
 6 & \longrightarrow & \text{Resultado de la operación}
 \end{array}$$

Esta idea nos lleva a tener tres partes diferenciadas en la máquina: tres casillas que contengan estos tres datos diferenciados, ya que no podemos perder ninguna información: ni el número del que partimos, ni el número que le sumamos, ni el resultado.

Así, siguiendo estas pautas, para llevarlo a la práctica creamos tres ventanas que nos “encierren” dichos datos. Para facilitar la comprensión de cómo utilizar la “máquina”, las casillas que marcan los sumandos serán de un color (esto además potencia el concepto de que ambos sumandos juegan idéntico papel, es decir, la conmutatividad de la suma), mientras que la que encierre el resultado de la operación, será de otro color diferente. Esto hace que sea más visual el proceso, y que con un golpe de vista se puedan diferenciar unos datos de otros.

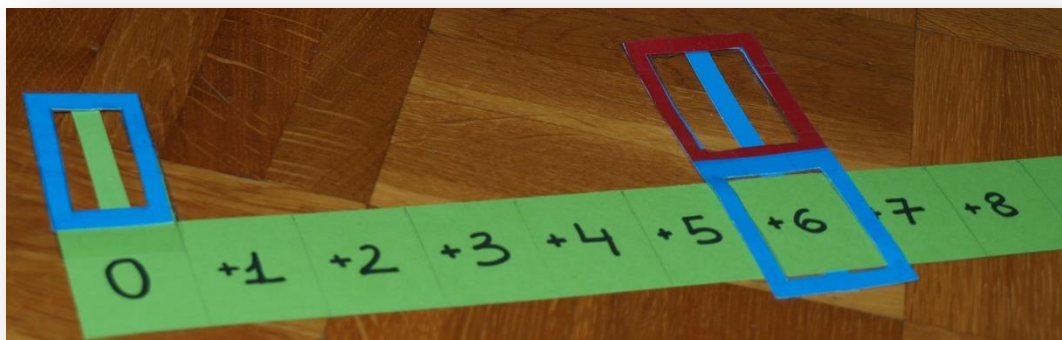
En nuestro caso los colores elegidos para las ventanas son el azul y el rojo. Las ventanas que encierren a los sumandos serán azules, mientras que la que encierre al resultado será roja. La razón de la

elección de los colores tiene que ver con la persona con la que se va a poner en práctica el proyecto. No obstante, los colores pueden variar.



**Figura 2. Ventanas**

Estas casillas tienen que desplazarse sobre la recta numérica, ya que entendemos la suma como la idea de añadir, agregar, avanzar en la recta numérica tantos elementos como se nos indique. Véase por ejemplo, (Pascual y Wilhelmi, 2006, 4).



**Figura 3. Ventanas ancladas en la recta numérica**

Si únicamente utilizáramos la recta numérica como idea del proyecto dejaríamos en el tintero muchos aspectos de los que venimos

hablando: si marcamos el número del que partimos de alguna forma, y avanzamos en la recta numérica tantos elementos como se nos indica en la operación, obtenemos el resultado, pero dejamos atrás el número que le hemos añadido.

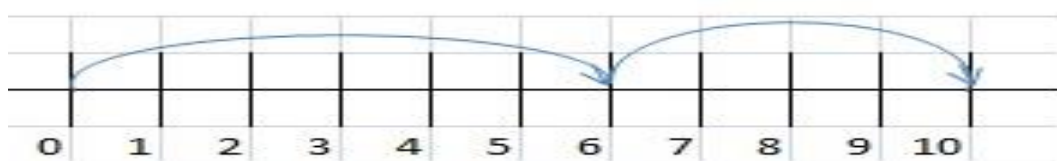


Figura 4. Recta numérica

Siguiendo con la construcción de la máquina hay que tener en cuenta que, al tratarse de operaciones con dos sumandos (son las que vamos a trabajar), deberá haber dos rectas numéricas paralelas, una en la que se coloque el primer sumando y otra en la que se coloque el segundo. Si se tratara de operaciones con tres sumandos deberíamos construir una tercera recta numérica y tres ventanas que se desplacen sobre ellas, y así sucesivamente.

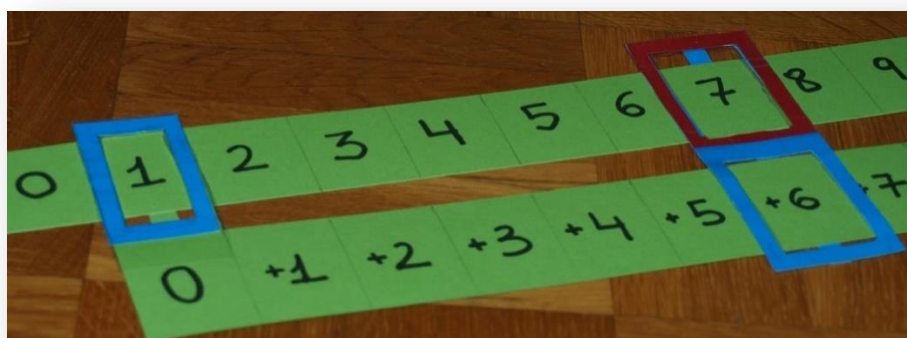


Figura 5. Rectas numéricas paralelas

Los dos sumandos influyen sobre el resultado, por lo tanto, o bien las ventanas o bien las rectas deberán estar unidas por algún lado, ya que ninguno de estos elementos es independiente del otro.

Una de las ventanas irá anclada encima de la casilla del número cero, ya que hay que tenerlo muy en cuenta a la hora de realizar la operación de suma. Aquí explicamos al niño que el 0 es el elemento neutro de la suma ( $m+0= m$ ;  $\forall m$ ) y por lo tanto, no modifica al primer sumando cuando se le añade. Una de las propiedades de la operación de adición es la del elemento neutro. Si a cualquier número le sumamos cero o al cero le sumamos cualquier número, el resultado es dicho número.

Esta ventana se deslizará por otra recta numérica colocada encima de esta y determinará el primer sumando. Esta cantidad de la que partimos es fija. Siguiendo la propiedad conmutativa de la suma podemos sumar los sumandos en cualquier orden y el resultado no va a variar. De esta forma, fijaremos el mayor de los sumandos en primer lugar y después, el menor.

Crearemos una ventana doble que se deslizará por ambas rectas numéricas y que sus casillas encerrarán el segundo sumando y el resultado. Las uniones realizadas de esta forma determinada harán que el primer sumando y el segundo sumando influyan sobre el resultado final.

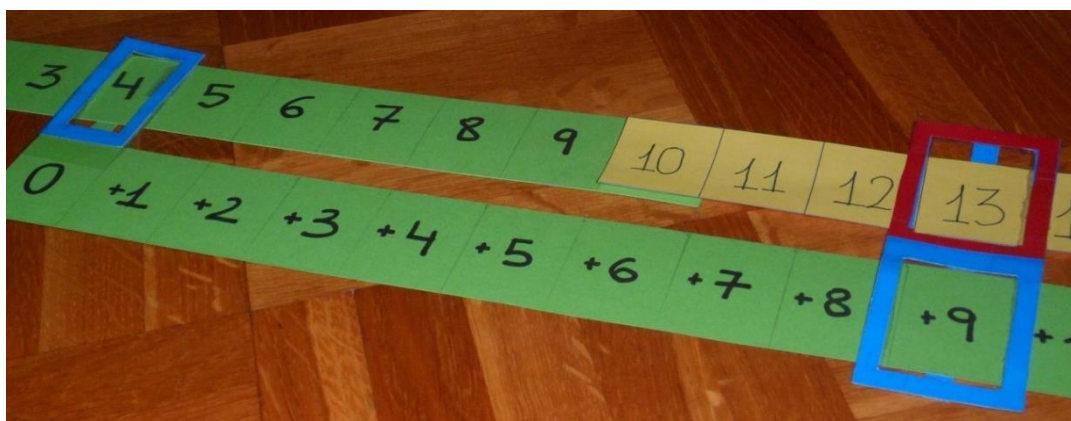
En la recta numérica que aparece en las imágenes únicamente están los números del 0 al 10. La primera razón de esto está en la idea de sumar por columnas (lo que hace que podamos concebir sumandos únicamente entre 0 y 9), que los niños van a desarrollar a lo largo de su educación en la escuela. Añadimos el número 10 como final de la primera secuencia numérica que los niños manejan y como primero de los resultados posibles de la suma con llevadas, para que vayan acostumbrándose al mismo.

Un niño comienza a realizar operaciones sencillas de suma cuyo resultado no llega al valor 10, es decir, sumas sin llevadas. Es necesario que los niños dominen este tipo de operaciones para, después, pasar a las sumas con llevadas.

La mecánica de unas y otras es la misma, es decir, cuando un niño realiza una suma sencilla sabe realizar las sumas con llevadas, ya que nos basamos en la idea de sumar por columnas.

$\begin{array}{r} 3 \\ + 6 \\ \hline 9 \end{array}$ <p>Suma sin llevada</p>	$\begin{array}{r} 4 \\ + 6 \\ \hline 10 \end{array}$ <p>Primera Suma con llevada</p>	$\begin{array}{r} \textcolor{green}{2} \textcolor{yellow}{1} \\ + \textcolor{green}{3} \textcolor{yellow}{4} \\ \hline \textcolor{green}{5} \textcolor{yellow}{5} \end{array}$ <p>Suma de dos columnas.</p>
---	--	---

La forma de proceder en un tipo de operación y otra es el mismo. Únicamente hay que diferenciar las columnas, esto es, tener en cuenta una de las columnas y hacer la operación. Si el resultado es menor que 10 se pone el resultado y se pasa a la siguiente columna. Si el resultado es mayor que 10 (en la máquina estará diferenciada esta parte de las "llevadas" estando de color amarillo) se le sumará 1 (o las llevadas que fueran) a la siguiente columna.



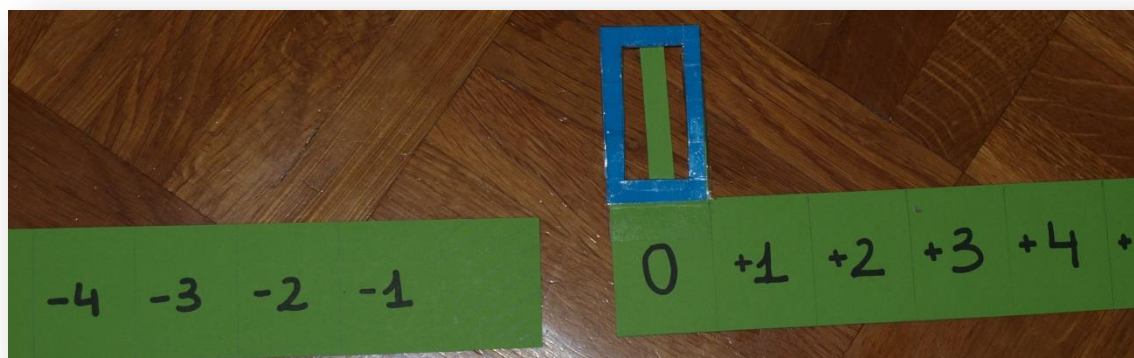
**Figura 6. Diferenciación en la estructura por las llevadas**



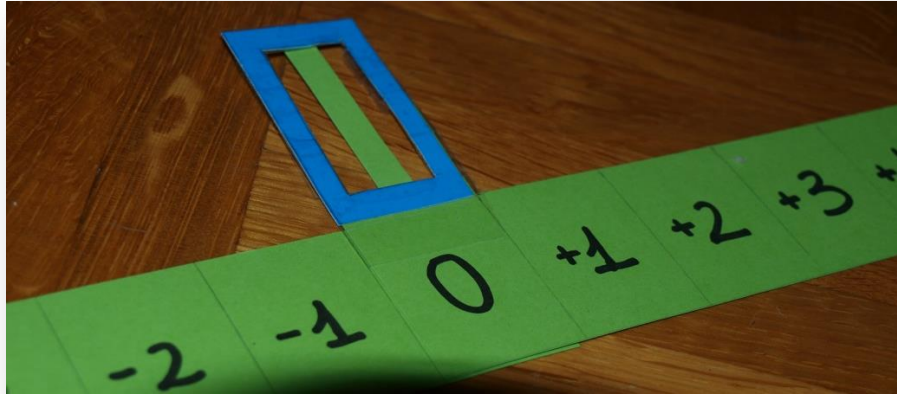
Esta máquina no sólo nos sirve para sumar, sino que también ayuda a desarrollar la operación de la resta. Haciendo simples modificaciones en su estructura se puede llegar a una máquina que sume y reste:

En las rectas numéricas por las que se van a desplazar las ventanas, no sólo estarán escritos los números, sino que estos también tendrán el signo + y -. De esta forma, además de no perder ningún dato de la operación tendremos presentes los signos de las operaciones, y estableceremos relaciones entre la suma y la resta: la resta es la operación inversa a la suma.

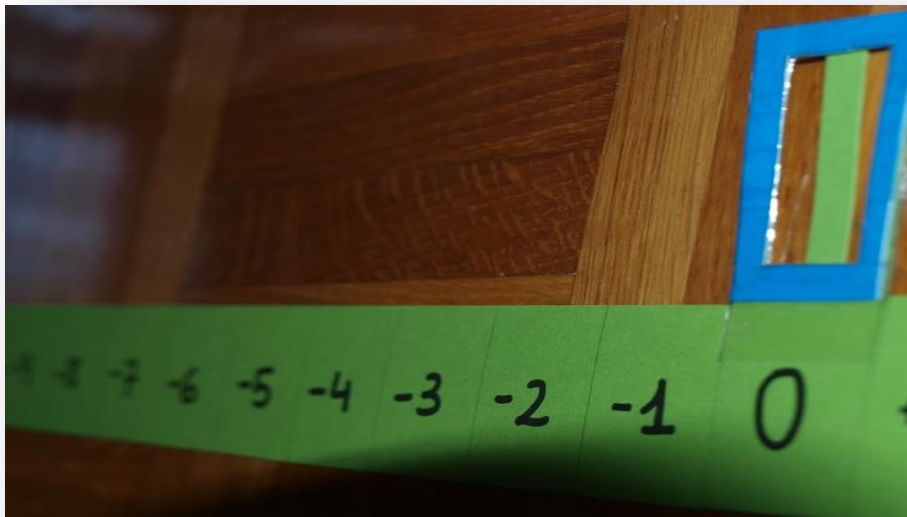
Los signos + y - que aparecen en la máquina no representan el valor positivo o negativo de los números a los que acompañan, sino que hacen referencia a la operación que se refiere en cada momento.



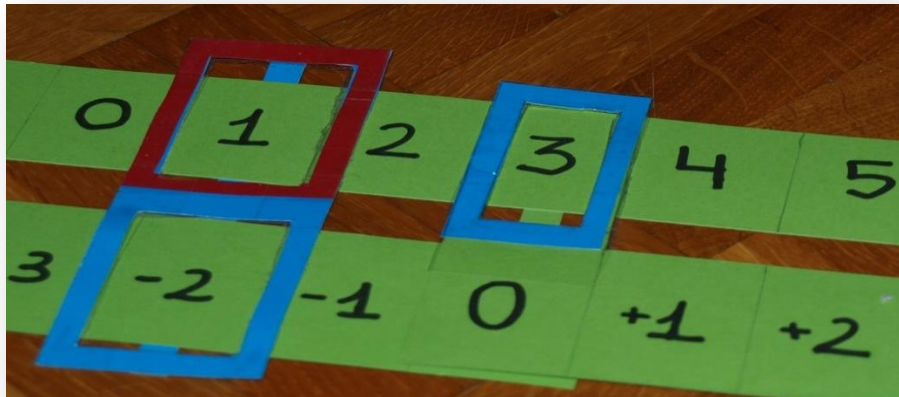
**Figura 7. Signos + y -**



**Figura 8. Secuencia numérica (positivos y negativos)**



**Figura 9. Valores por debajo del 0**



**Figura 10. Operación de sustracción en la máquina**

Además, con la práctica de estas dos operaciones en la máquina de sumar y restar, trabajaremos las propiedades de ambas operaciones de forma indirecta.

Así, nuestro proyecto “máquina de sumar” es un material didáctico que hace de unión entre las dos definiciones se suma, que a continuación detallaremos, y que por lo tanto, facilita la interiorización de la operación de la suma-resta a aquellas personas que no la tienen desarrollada.

Se puede definir la suma de las siguientes formas:

- Definición conjuntista de adición: Dados dos números naturales  $a$  y  $b$ , se eligen dos conjuntos  $A$  y  $B$  disjuntos, cuyos cardinales coincidan con los valores de  $a$  y  $b$  respectivamente. Se define la suma de  $a$  y  $b$  (que se denota  $a+b$ ) como el cardinal del conjunto unión de  $A$  y  $B$ .

Partimos de  $a, b \in \mathbb{N}$ .

$$\text{Elegimos } \left\{ \begin{array}{ccc} A & B & \text{Conjuntos} \\ A \cap B = \emptyset & & \\ |A| = a & |B| = b & \end{array} \right\} \longrightarrow \text{Definimos } a + b = |A \cup B|.$$

Cuando un niño comienza a sumar lo hace a partir de la definición conjuntista de suma, esto es, primero cuenta el número de elementos de un conjunto, a continuación cuenta el número de elementos del otro, y por último cuenta el número de elementos del conjunto total. Así, la definición conjuntista de adición es el primer paso en el aprendizaje de la suma.

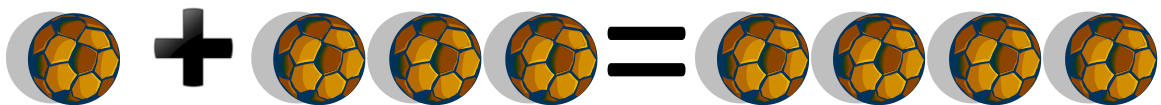


Figura 11. Operación de adición conjuntista

En este ejemplo, para sumar los balones, el niño contaría el primer conjunto (1 balón), después contaría el segundo conjunto (3 balones). Para llegar al resultado dibujaría el conjunto unión y contaría los balones del conjunto unión (4 balones).

La definición recursiva de suma es una abstracción de la primera. Para entenderla es necesario que el niño tenga perfectamente interiorizada la secuencia numérica de los números naturales y el concepto de siguiente, así como su obtención inmediata, sea cual sea el número cuyo siguiente le podemos calcular. Véase por ejemplo, (Pascual y Wilhelmi, 2006, 4).

- Definición recursiva de adición: Dada la función siguiente S, la adición de dos números naturales se obtiene aplicando de manera sistemática la regla de recurrencia siguiente:

1.  $a + 0 = a \quad \forall a \in \mathbb{N}$
2.  $a + S(b) = S(a + b)$

Esta definición equivaldría a que para calcular la suma de  $m+n$ , asociados a dos conjuntos, contamos los  $m$  elementos del primero y seguimos contando mientras pasamos por los elementos del segundo, sin llegar dibujar el conjunto unión.

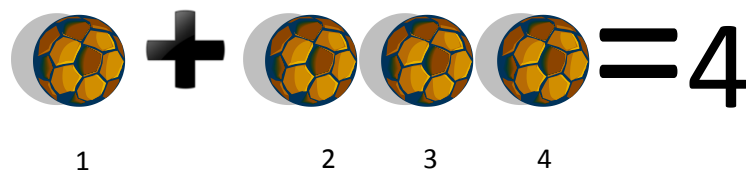


Figura 12. Operación recursiva de adición

Para los niños con un aprendizaje “normal” pasar de una definición a otra es algo que se aprende con relativa facilidad y se domina con la práctica. En cambio, para los niños con dificultades en el aprendizaje, este proceso puede no llevarse a cabo de forma inmediata, sino que hay que darles pautas y trabajarlo para que pueda darse.

De esta forma, planteo mi proyecto como la creación de un material que haga el puente entre algo físico y la abstracción que se necesita para entender la suma partiendo de la definición recursiva de adición. Este material es la máquina de sumar.

## **2.4 ¿Por qué es un buen método?**

Cuando la enseñanza de la suma es estrictamente matemática y lo único que nos importa es el resultado, podemos utilizar materiales didácticos en los que al finalizar la operación sólo veamos el resultado, como es el caso del ábaco. Pero resulta interesante en muchas otras ocasiones poder tener información de los demás elementos que intervienen en la operación de suma.

La máquina de sumar no sólo será utilizada como aprendizaje del algoritmo de la suma, sino que su utilización estará inmersa en un problema matemático, en el que sus elementos sean los datos de un problema al que queremos buscar solución. Esto aumenta la motivación del alumnado, ya que el aprendizaje a desarrollar tiene un fin, buscar la solución a un problema.

Además, tal y como hace notable Piaget en su obra (Piaget, 1971), la manipulación es algo fundamental a la hora de realizar las operaciones. De esta forma, la máquina de sumar estaría inmersa en esta idea, ya que los niños manipularían materiales, y además, mediante esta manipulación, transformarían unos elementos en otros. Así, después de la manipulación se pasaría a la representación gráfica, línea que se sigue en el uso de la máquina de sumar creada en este proyecto. Véase por ejemplo (Maza, 1991, 19).

Otro de los puntos a resaltar como positivos es la facilidad existente para realizar el material. En primer lugar, destacar el bajo valor económico del mismo: los materiales que se emplean para su realización son materiales cercanos a los niños y muy frecuentes tanto en el aula como en casa, por lo que quizás, no sería necesario comprar materiales nuevos para su construcción. Bastaría con unas cartulinas, tijeras y rotuladores de colores.

Su realización está al alcance de los propios niños, ya que las pautas que tienen que seguir para su construcción son muy sencillas y ellos mismos poseen dichas habilidades.

Que ellos mismos puedan ser los que construyan el material hace que fomente su imaginación y creatividad, aspectos claves a desarrollar en estas edades. Por otro lado, al construir el material los niños se hacen partícipes de su propio aprendizaje, facilitando la comprensión de por qué funciona, ya que son ellos los que lo realizan y buscan el porqué de las cosas. Por supuesto nosotros explicamos en todo momento cada propiedad matemática de la operación, y cómo esta queda reflejada en el material que ellos están realizando con nuestras explicaciones.

Todo esto crea satisfacción en niños, más incluso en aquellos con problemas para hacer cálculos directamente, ya que son capaces de realizar operaciones que antes no podían ejecutar.

## **2.5 ¿Qué deseáramos?**

El primer objetivo que queremos lograr con el desarrollo de este proyecto es la creación de un material que sirva como puente de unión entre la definición conjuntista de adición y la definición recursiva.

El salto entre ambas, como he explicado con anterioridad, es muy grande. Muchos alumnos con dificultades de aprendizaje se ven imposibilitados para dar ese salto directamente y requieren ayudas para poder interiorizarlo.

Para este tipo de alumnos, es el profesor quien crea el material didáctico y se lo presenta a los alumnos. Los alumnos utilizarán este material para poder comprender la nueva definición de suma.

Ahora bien, otra de las posibilidades didácticas que se proponen en base a este material es la creación por parte de los alumnos de la

máquina. Esta creación también puede hacerse en dos niveles como detallamos a continuación:

La primera de las posibilidades es que los alumnos sian las instrucciones de la creación, esto es, construir la máquina siguiendo directrices claras de “recorta esto...”, “pégalo aquí porque...”

Otra de las opciones estaría destinada a alumnos muy avanzados. Podemos darles pautas basadas en las propiedades de la suma-resta que les lleven a ellos mismos a intuir cómo habría que construir la máquina. Serían ellos mismos los que descubrieran qué hay que hacer, pos supuesto bajo nuestras indicaciones y pistas, pero nunca instrucciones directas.

Los alumnos de estas tres propuestas no tienen en absoluto las mismas características. En el primero de los casos el fin del material estaría encaminado a la comprensión del concepto de suma. En el segundo caso, los alumnos ya saben sumar y restar y utilizan la máquina para practicar y ayudarles a mecanizar el proceso de sumar. Para los del tercer caso, los niños tienen una gran soltura sumando y restando y con los conocimientos que ya poseen deberán construir una máquina en la que reflejen el concepto de suma y las propiedades que se derivan de la misma.



## 3. PUESTA EN PRÁCTICA

### 3.1 Puesta en práctica real

#### 3.1.1 Justificación

La puesta en práctica del proyecto creado “la máquina de sumar” surge por la necesidad de idear un material didáctico que sirva de ayuda a un niño de 2º de Educación Primaria que tiene dificultades de aprendizaje.

Las Necesidades Educativas Especiales que plantea el niño generan dificultades de aprendizaje en el área de matemáticas (entre otras). Uno de los aspectos que más llama la atención es el bajo dominio de la secuencia numérica y la realización de sumas siguiendo los principios conjuntistas de adición.

Según el currículum, a esta edad el sujeto debería tener estos conocimientos adquiridos, pero las dificultades de aprendizaje y las necesidades educativas que el sujeto plantea hacen que este todavía no tenga conciencia de los mismos.

De esta forma nos planteamos la necesidad de crear un material que ayude al niño con estas dificultades. En particular, nos proponemos la idea de crear un material tangible que ayude al niño a pasar de la definición conjuntista de adición a la definición recursiva de la misma, tal y como venimos haciendo notar desde el comienzo de este proyecto.

A continuación detallaremos la información del sujeto y en qué consisten los trastornos que presenta para poder entender las necesidades que el niño plantea.

### *3.1.2 Informe del sujeto*

El sujeto presenta Necesidades Educativas Especiales en el área de Comunicación y Lenguaje, derivadas de un Trastorno Mixto del Lenguaje Expresivo-Receptivo. Además, tiene Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad.

El alumno es de origen ruso, adoptado. Ha sido escolarizado en el colegio Mater Dei, en 2º de Educación Infantil (año 2010-2011). Anteriormente había estado escolarizado en el Colegio Camino de Santiago (Zizur). Vive con sus padres, con su hermano mayor (10 años) y su hermana (9 años), también adoptados.

Actualmente cursa 2º de Educación Primaria, con adaptación curricular en todas las áreas, ya que todavía no se ha adquirido la lectoescritura.

Presenta un retraso significativo en la adquisición de la lectoescritura. Va evolucionando lentamente, y ya es capaz de reconocer los sonidos de las vocales y de algunas consonantes. También ha comenzado a leer silabeando, sílabas directas y palabras sencillas con letras que conoce. Se está utilizando el método fonético de aprendizaje de lectoescritura.

En el área lógico-matemática tiene dificultades. Respecto a los números conoce números y cantidades del 1-10.

Sus tiempos de atención sostenida son cortos y todavía no ha adquirido hábitos de trabajo. Necesita la supervisión del profesorado continuamente en el aula. Muestra dificultades para seguir las instrucciones que se dan en grupo y necesita que se las refuercen de forma individual.

Sus producciones a nivel espontáneo son poco elaboradas, con estructuras sencillas, aunque comienza a utilizar frases complejas. Su vocabulario va aumentando, pero sigue siendo escaso.

Recibe cuatro sesiones semanales en las que se trabaja tanto las dificultades expresivas, como la lectoescritura.

### *3.1.3 Características del trastorno*

#### *3.1.3.1 Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH)*

La principal característica de este trastorno es la dificultad de mantener la atención voluntaria. Se destacan tres principales tipos, en los cuales el comportamiento de los sujetos difiere de unos a otros, pero manteniéndose siempre la característica mencionada con anterioridad. Estos son: inatento; hiperactivo-impulsivo y combinado.

Se trata de un trastorno neurobiológico que afecta entre un 5 y un 10% de la población infantil, pudiendo llegar hasta la edad adulta (60% de los casos). Es más común en el sexo masculino que en el femenino.

Las manifestaciones más habituales de este trastorno conducen a los siguientes comportamientos:

Su actividad motriz (hiperactividad) hace que estén continuamente inquietos: se levantan muchas veces, hacen ruidos, se mueven con mucha frecuencia, etc.

Al tener dificultades en la concentración se distraen fácilmente, por lo que emplean más tiempo en realizar las tareas que se les propone y además, su rendimiento es menor. El bajo rendimiento escolar se debe a una mala memoria secuencial, lo que crea dificultades de aprendizaje en operaciones aritméticas y en lecto-escritura.

La impulsividad hace que quieran terminar las tareas lo más rápido posible y por lo tanto, olviden de hacer cosas, confundan números, sílabas, etc.

Estas características, muchas veces, provocan consecuencias en los demás (profesores, compañeros) a lo que ellos reaccionan con

rabietas, por lo que se muestran hacia los demás con poca capacidad de autocontrol

Como consecuencia esto genera una baja autoestima sobre sí mismos. Así pueden aparecer otros trastornos como la depresión y la ansiedad, trastorno de conducta, trastorno oposicionista desafiante, etc. (<http://www.tdahsarasate.com/>).

#### *3.1.3.2 Trastorno Mixto del Lenguaje Expresivo Receptivo*

Se trata de un trastorno que afecta tanto a la capacidad de expresión como a la de comprensión. Puede estar asociado a dificultades de atención, hiperactividad y trastornos del aprendizaje, junto con dificultades en la interacción social. La capacidad intelectual no verbal está dentro de la normalidad.

Es más frecuente en varones (3:1) y suele estar relacionado con antecedentes familiares. (<http://www.guiadepsicologia.com>).

#### *3.1.4 Objetivos didácticos*

- Fomentar el desarrollo de la definición recursiva de adición a partir de un material didáctico tangible.
- Potenciar el uso de la suma siguiendo la definición recursiva.

#### *3.1.5 Contenidos*

Primer ciclo de Educación Primaria del área de Matemáticas

Bloque 1. Números y Operaciones

- Operaciones
  - Utilización en situaciones familiares de la suma para juntar o añadir; de la resta para separar o quitar; y de la multiplicación para calcular número de veces.
  - Expresión oral de las operaciones y el cálculo.

- Disposición para utilizar los números, sus relaciones y operaciones para obtener y expresar información, para la interpretación de mensajes y para resolver problemas en situaciones reales.

### *3.1.6 Metodología*

Es importante resalta el contexto en el que se desarrolla la puesta en práctica. El profesor y el alumno son los únicos partícipes de la experiencia, es decir, se desarrolla en las clases de apoyo fuera del aula ordinaria.

El proceso de enseñanza-aprendizaje se convierte en un proceso más individualizado, donde las sesiones están planteadas para un solo destinatario. Esto hace que las actividades sean de carácter individual y las instrucciones de las mismas sean muy dirigidas.

### *3.1.7 Actividades*

Las actividades están planteadas con el fin de lograr los objetivos didácticos propuestos anteriormente.

Temporalización: la propuesta se lleva a la práctica durante seis semanas, tres días en cada una de ellas, lo que hacen un total de 18 sesiones. El tiempo de las mismas varía, ya que el Trastorno de Atención que presenta hace que en ocasiones se vean afectados los espacios de tiempo.

Las sesiones están estructuradas de la siguiente forma:

- Sesión 1, 2

Propuestas con el fin de indagar en los conocimientos previos del alumno y las habilidades que posee. Es necesario conocer qué

dominio posee de la secuencia numérica, cómo es capaz de resolver sumas sencillas, etc.

Así se le plantean una serie de actividades secuenciadas para poder obtener dichos datos.

La conclusión a la que se llega es la siguiente:

- Reconoce y es capaz de escribir los números del 1-10.
- Recita la secuencia numérica del 1-10.
- Realiza sumas siguiendo la definición conjuntista de adición.

- Sesión 3

El objetivo de esta sesión es la presentación de la máquina de sumar al niño. Necesita saber el funcionamiento de la misma para poder realizar las operaciones. Por lo tanto, esta sesión está dedicada a explicar al niño cómo manejar la máquina.

- Sesión 4

Debido a las dificultades de aprendizaje que presenta el niño, recordamos el funcionamiento de la misma. Hasta este momento el niño se había apoyado en el agrupamiento de dibujos para realizar la operación de adición. Para romper con esta idea, proponemos sumas en las que sea necesario utilizar la máquina para su resolución.

Resulta necesario aplicar las siguientes ayudas: en el algoritmo de la suma, es necesario recuadrar los sumandos con el color de las ventanas de la máquina y el resultado con el de su ventana correspondiente. Además, es necesario colocar una pegatina en las ventanas de la máquina donde se indique el orden de movimiento. (Anexo 1).

- Sesiones 5, 6, 7, 8

El sujeto realiza operaciones de suma apoyado en el material didáctico creado.

- Sesión 9

El niño sigue realizando operaciones de suma, pero se le van quitando las ayudas. En esta sesión se le quitan las pegatinas que designan el orden de movimiento de las ventanas.

- Sesiones 10 y 11

El sujeto realiza operaciones de suma apoyado en el material didáctico creado.

- Sesión 12

En esta sesión el sujeto deberá utilizar la máquina de sumar para resolver las actividades que se le planteen, con la diferencia de que eliminamos una de las ayudas suministradas. Las relaciones de colores entre el algoritmo escrito y el objeto manipulable desaparecen. (Anexo 2).

- Sesiones 13, 14, 15, 16, 17, 18

Realiza operaciones de suma con la ayuda del material didáctico presentado.

Cabe destacar la gran motivación que siente el niño, que ha pasado de la apatía a la satisfacción de realizar operaciones y desea ejercitarlo en problemas cada vez más complicados.

### *3.1.8 Evaluación*

Cada una de las actividades que se han ido llevando a cabo, han estado bajo supervisión del profesor por lo que se conoce a la perfección el progreso que está haciendo el niño, su grado de implicación y su aprendizaje.

De esta forma, esta propuesta didáctica no es evaluada mediante pruebas cuantitativas, sino que se tiene en cuenta la calidad del aprendizaje, los procedimientos y actitudes y no la memorización repetitiva de los contenidos. Se busca la comprensión y que el niño sea competente a la hora de realizar operaciones de adición.

Estas son las razones por las que no se han planteado actividades de evaluación, sino que son las propias actividades las que fomentan la consecución de los objetivos planteados.

## **3.2 Propuesta didáctica**

### *3.2.1 Justificación*

Una de las propuestas para poner en práctica la “máquina de sumar y restar” es la construcción de la misma por parte de los alumnos, siendo el maestro un mero guía de proceso de enseñanza-aprendizaje.

La propuesta didáctica está enmarcada dentro del aprendizaje por proyectos, es decir, a través de diferentes actividades o tareas se llegará al desarrollo de una tarea final.

Los alumnos con los que se va a poner en práctica esta propuesta deben tener los conceptos de suma y resta completamente afianzados. La construcción de la máquina les servirá para la perfecta comprensión de dichos conceptos y un aprendizaje más amplio de las propiedades que de dichas operaciones se derivan.

Además, los alumnos deberán tener desarrolladas las habilidades lingüísticas, matemáticas y plásticas que el desarrollo del proyecto



requiere, y por supuesto, un alto nivel de reflexión y abstracción. De esta forma, el proyecto está dirigido al Tercer Ciclo de Educación Primaria.

Las áreas que engloba este proyecto son Matemáticas y Educación Artística (plástica). Además se tratarían aspectos del Lengua y Literatura, ya que en varias ocasiones los alumnos deberán realizar redacciones, expresión oral adecuada, recogida de información, etc.

El proyecto está planteado a partir de un problema, de esta forma la motivación y el interés de los alumnos aumenta, ya que la realización del mismo tiene un fin. Además el aprendizaje que se deriva de este tipo de planteamientos es un aprendizaje significativo.

### *3.2.2 Objetivos didácticos*

- Trabajar las propiedades de la suma-resta a través de la construcción de un material tangible.
- Afianzar el concepto de suma-resta.

### *3.2.3 Contenidos*

#### Área de Matemáticas

#### Bloque 1. Números y Operaciones

- Utilización de operaciones de suma, resta, multiplicación y división con distintos tipos de números, en situaciones cotidianas y en contextos de resolución de problemas.
- Resolución de problemas de la vida cotidiana utilizando las estrategias personales de cálculo mental y relaciones entre los números, explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas.

- Capacidad para formular razonamientos y para argumentar sobre la validez de una solución identificando en su caso, los errores.
- Colaboración activa y responsable en el trabajo en equipo, manifestando iniciativa para resolver problemas que implican la aplicación de los contenidos estudiados.

## Área de Educación Artística

### Bloque 2. Creación y expresión plástica

- Manipulación de materiales para concretar su adecuación al contenido para el que se propone e interés por aplicar a las representaciones plásticas los hallazgos obtenidos.
- Constancia y exigencia progresiva en el proceso de realización aplicando estrategias creativas en la composición, asumiendo responsabilidades en el trabajo cooperativo, estableciendo momentos de revisión, respetando las aportaciones de los demás y resolviendo las discrepancias con argumentos.

## Área de Lengua y Literatura

### Bloque 1. Escuchar y comprender, hablar y conversar

#### Escuchar y comprender

- Comprensión de textos orales para aprender y para informarse, tanto los producidos con finalidad didáctica como los de uso cotidiano de carácter informal (conversaciones entre iguales y en el equipo de trabajo) y de un mayor grado de formalización (explicaciones de clase, entrevistas o debates).

#### Hablar y conversar

- Producción de textos orales para aprender y para informarse tanto los producidos con finalidad didáctica como los de uso cotidiano de carácter informal (conversaciones entre iguales y en el equipo de trabajo) y de un mayor grado de formalización (explicaciones en clase, entrevistas o debates).
- Actitud de cooperación y de respeto en situaciones de aprendizaje compartido.

## Bloque 2. Leer y escribir

- Producción de textos propios del ámbito académico para obtener, organizar y comunicar información (cuestionarios, encuestas, resúmenes, esquemas, informes, descripciones, explicaciones...).

### *3.2.4 Metodología*

Hemos querido emplear una metodología activa, participativa y que fomente la construcción progresiva del conocimiento. Así el desarrollo del proyecto está realizado con ese propósito. Se pretende evitar el pensamiento lineal y unidireccional, logrando un enfoque donde los contenidos estén relacionados entre sí y donde sean los propios alumnos quienes lo van construyendo.

La organización de la clase está encaminada al trabajo grupal, para promover el aprendizaje colaborativo y cooperativo, donde los propios alumnos se pueden ayudar entre ellos, solucionar conjuntamente los problemas que surgen, debatir, etc. con el fin de poder aprender en cada momento del desarrollo del proyecto.

### *3.2.5 Actividades*

Temporalización: la propuesta didáctica está enmarcada en 10 sesiones de 50 minutos cada una.

- Sesión 1

Materiales:

- Carta de los tutores (Anexo 3)
- Contrato (Anexo 4)
- Cuaderno
- Lapicero

Desarrollo de la sesión

- Situación introductoria/ situación problemática: los tutores del primer ciclo de Educación Primaria del colegio quieren encontrar un material que ayude a los niños a aprender a sumar. Creen que la mejor forma de construir el material es hacer el encargo a alumnos de ese mismo colegio que ya saben sumar y restar, ya que tienen una posición más cercana a los niños y por lo tanto, sus ideas van a parecerse más a las de los alumnos del Primer Ciclo.
- Se expone un contrato donde el cuál los alumnos deberán firmar comprometiéndose a realizar el encargo que se les ha pedido.
- Se realizan los grupos de trabajo para desempeñar la tarea a realizar. Los agrupamientos serán de cuatro personas en cada uno de ellos, de forma que el trabajo sea cooperativo, evitando también que haya demasiadas personas en un mismo grupo.
- Una vez creados los grupos se explicará la forma en la que se va a trabajar: las preguntas que el profesor proponga y los alumnos respondan mediante debates en el aula, dudas, etc. quedarán convertidas en pistas. Estas pistas se apuntarán en un cuaderno y se convertirán en las pautas a tener en cuenta para la construcción del proyecto final: la máquina.

- Sesión 2

Materiales

- Cuaderno
- Lapicero

Desarrollo de la sesión

- Ideas previas: Como el proyecto a resolver se basa en la suma y la resta, lo primero que es necesario saber son los conceptos previos que los alumnos tienen sobre suma y resta (definiciones de ambas operaciones). Se llegará a la conclusión de que sumar es avanzar en la secuencia numérica, mientras que restar es retroceder en la secuencia numérica. De esta forma se llegará a la primera pista: el material estará basado en la secuencia numérica, en la recta numérica.
- El maestro escribe en la pizarra una serie de sumas y restas sencillas (como las destinadas a los alumnos cuando empiezan a sumar y restar). Así, se creará un debate donde se llegue a la conclusión de que en la suma hay tres elementos importantes: dos sumandos, y el resultado. Esto influye directamente en la máquina a realizar: la máquina tendrá tres partes diferenciadas, debido a la importancia que tiene que no se pueda perder ninguna información.
- Necesitamos crear un mecanismo, que al desplazarse por la recta numérica, nos encierre los tres elementos de la suma, para que no perdamos ninguna información.

- Sesión 3, 4, 5

Materiales

- Cuaderno
- Lapicero

Desarrollo de la sesión: en el desarrollo de las sesiones siguientes se continúa con la recogida de las distintas pautas para la construcción de la máquina. Estas son las siguientes:

- En la operación de adición está presente la propiedad conmutativa. De esta forma, el orden de los sumandos no altera el resultado. Es indiferente qué número es el primer sumando y cuál es el segundo.
- La cantidad de la que partimos es fija (según la que tomemos por la propiedad conmutativa). Dependiendo del número que le sumemos a esta cantidad fija, el resultado variará. De esta forma llegamos a la conclusión de que el número que le sumamos y el resultado están directamente relacionados. Es decir, las casillas que encierren dichos elementos irán juntas.
- La casilla que encierra al primer sumando estará a la altura del número cero, ya que cuando a un número le sumas 0, el resultado es el mismo número. La casilla del primer sumando pues, estará anclada a la altura del cero.

- Sesión 6

Materiales

- Cuaderno
- Lapicero
- Folios

Desarrollo de la sesión

- Se hará una puesta en común con las distintas pautas que ha recogido cada grupo, con las implicaciones que eso tiene para la construcción de la máquina.
- Los grupos realizarán un esbozo de la misma siguiendo las pautas correspondientes. De esta forma se facilitará el trabajo de la construcción de la máquina.

- Sesión 7,8

Materiales: los materiales para esta sesión dependerán del diseño de máquina que tenga cada grupo. Los principales serán los siguientes:

- Cartulinas
- Rotuladores
- Pegamento
- Tijeras

Desarrollo de la sesión

- Siguiendo las pautas, y las distintas notas que se hayan recogido, se realizará la construcción de la máquina.

- Sesión 9

Materiales: los materiales de esta sesión dependerán de la presentación del proyecto que vaya a elegir cada grupo. Así, los principales materiales serán los siguientes:

- Ordenador
- Cartulinas
- Rotuladores de colores
- Tijeras

Desarrollo de la sesión

- Cada grupo de trabajo se reunirá para preparar la presentación del proyecto. La presentación será libre, así cada alumno podrá realizar el trabajo complementario que sea necesario para ellos: *Power-Point*, tarjetas informativas, etc.

- Sesión 10

Materiales

- Material complementario que haya creado cada grupo de trabajo.
- Máquina de sumar

- Diploma (Anexo 5)

#### Desarrollo de la sesión

- Se realizará la presentación de la máquina. Para ello, en la sala de actos del colegio se reunirán tanto los tutores que habían hecho el encargo del proyecto y los alumnos a los que va dirigido, como el resto de personal que quiera asistir.
- Cada grupo de trabajo explicará su construcción, las principales características de la misma, cómo ha llegado a su construcción, explicación de su funcionamiento, etc.
- Los tutores entregarán un diploma a los alumnos.

- Sesión 11

#### Materiales

- Hoja de evaluación de alumnos (Anexo 6)
- Hoja de evaluación del profesor (Anexo 7)
- Lapicero

Desarrollo de la sesión: los alumnos rellenarán la hoja de evaluación. Esta incluirá tanto una evaluación del proyecto en sí, una evaluación del grupo del que han formado parte y una evaluación del profesor.

### 3.2.6 Evaluación

La evaluación de la propuesta didáctica no va a ser medida cuantitativamente, sino cualitativamente. Para ello se establecerá una rúbrica de evaluación a rellenar tanto por el profesor, como los propios alumnos. En dicha rúbrica se valorarán diferentes ítems a los que se les podrá asignar valores como: Insuficiente, bajo, medio, alto y excelente.



A la hora de evaluar se tendrá en cuenta tanto el proceso como la actividad final, en la cual se recogen todos los conocimientos aprendidos. Por lo que se hará mediante la observación sistemática de las diferentes actividades que se realicen y la revisión de las mismas. Esta evaluación continua permitirá ver los aspectos que los alumnos/as han adquirido y cuales les quedan por adquirir y requieren ser reforzados.

## **4. RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN**

### **4.1 Resultados**

En este apartado haremos una valoración de la puesta en práctica del material didáctico que se ha construido en relación a los objetivos que se planteaban en un primer momento.

Las dificultades de aprendizaje y necesidades educativas que presenta el alumno hacen que sea necesario crear un material que le ayude a dar el paso entre la definición conjuntista de adición (concepto que ya tiene interiorizado) y la definición recursiva.

En primer lugar cabe destacar que con la presentación del material el niño tiene muchas ganas al final de experimentar con el mismo, esto es, su nivel de motivación hacia la tarea ha crecido mucho y el interés que muestra es muy alto.

Como he mencionado con anterioridad ha sido necesario añadir unas ayudas extra al material didáctico para que el niño sea autónomo a la hora de manejarlo. Estas ayudas son las siguientes: en el algoritmo de la suma, ha sido necesario en un principio recuadrar los sumandos con el color de las ventanas de la máquina y el resultado con el de su ventana correspondiente. Además, en las ventanas de la máquina ha sido necesario ponerles una pegatina con el orden de movimiento.

Si no hubiéramos aplicado las ayudas de las que venimos hablando, posiblemente el niño no hubiera sido capaz de entender el manejo de la máquina, y por lo tanto, las consecuencias hubieran sido negativas. Al no entender cómo funciona la máquina de sumar y que su utilización le resulte complicada desde un primer momento, hace que el niño evite la tarea y cree una imagen negativa de la misma.

Aplicando las ayudas pertinentes, el niño deja atrás la frustración, ya que las actividades que se le plantean las realiza con éxito, por lo que

su motivación y ganas de aprender siguen estando presentes a lo largo de toda la puesta en práctica.

Estas ayudas van desapareciendo según el niño va interiorizando el mecanismo, por lo que la dificultad a la que se enfrenta el niño, es progresiva. De esta forma, el sujeto va acomodándose a las diferentes fases y por lo tanto, va dominando el manejo de la máquina.

Para que el niño llegue al proceso de abstracción con sumas que den un resultado mayor a 10, deberíamos prolongar la puesta en práctica, ya que debido a las dificultades de aprendizaje que presenta necesita más tiempo que el que se ha aplicado.

Con el tiempo que se ha puesto en práctica obtenemos resultados muy positivos. Pasar a una regleta que dé resultados mayores que 10 es el primer paso. Que el niño no haya logrado la abstracción total del concepto de adición (para que pueda aplicarlo a sumas de dos sumandos, por columnas, incluso con llevadas) es únicamente cuestión de tiempo. El sujeto está ya totalmente familiarizado con la idea de que sumar es avanzar en la secuencia numérica. Deberíamos prolongar la puesta en práctica e ir retirando la máquina de sumar con el objeto de que el niño imagine la máquina en su cabeza y realice las operaciones de sumar basándose en la idea que ha seguido hasta ahora, pero pasando de la manipulación a la imaginación.

## **4.2 Expectativas**

En este apartado voy a comentar las expectativas que se tiene de los alumnos en cuanto a la realización de la propuesta didáctica que no ha sido llevada a la práctica.

Una primera impresión que se puede tener de la propuesta es que ponerla en práctica puede resultar complicado tanto para los alumnos, como para los profesores.

El rol del profesor es una de las piezas fundamentales para el éxito de la propuesta. El profesor es la guía del aprendizaje, y por lo tanto las pautas que proporcione a los alumnos serán la clave del aprendizaje. Las pautas deben estar muy claras tanto para el profesor como para los alumnos. Así, el lenguaje y planteamiento de las mismas tendrá que estar enfocada a los alumnos.

A través de la imaginación de los alumnos y la comprensión de los conceptos van a crear una máquina suya propia, por lo que la propuesta puede resultar muy interesante y con un alto componente didáctico. Además partir de una situación problemática real (que las tutoras del primer ciclo propongan la idea como una necesidad) aumenta la motivación de los alumnos, ya que el proyecto tiene un fin determinado al que tienen que dar respuesta.

Con el planteamiento de establecer grupos en clase, fomentamos la idea de trabajo en equipo. A pesar de que se trate de una clase heterogénea, los grupos estarán hechos de forma equilibrada, de esta forma se compensarán las dificultades de unos con las características de otros. De esta forma se pretende que todos los grupos sean capaces de llegar a la construcción de una máquina.

En conclusión, las expectativas que se tienen de la propuesta son altas. En primer lugar, consideramos que se lograrán los objetivos planteados en un primer momento, y por lo tanto, servirán como fuente de aprendizaje de aspectos de la suma-resta.

Se han tenido en cuenta las características del alumnado, como las habilidades y estrategias necesarias para la resolución de la propuesta, y por lo tanto se considera que la realización de la misma está dentro de sus posibilidades.

### 4.3 Problemas encontrados

La idea principal a desarrollar con este proyecto persiste desde la elección del tema, aunque haya sufrido modificaciones debido a los problemas o dificultades que se han ido planteando: construir una máquina de sumar.

En un primer momento nos planteamos analizar a través de qué pautas del profesor, los alumnos de tercer ciclo de Educación Primaria (debido a las habilidades matemáticas, plásticas y lingüísticas ya desarrolladas) podrían llegar a crear una máquina que sume. Estas pautas debían ser similares a las que nos habían llevado al diseño propio, pero adaptadas a los alumnos.

El profesor debía tener desarrollada previamente una máquina que realizara esta operación. Los alumnos/as siguiendo dichas pautas debían llegar a realizar la construcción de la misma (la máquina podía ser la imaginada o por el profesor u otra diferente que los alumnos/as habían ideado en su cabeza).

Una vez construida la máquina, los alumnos/as afianzarían el concepto de suma (y por lo tanto el de resta) y además, ayudaría a la comprensión de la multiplicación (y por lo tanto de la división).

Debido a la imposibilidad práctica de aplicar esta propuesta, la idea de aplicación cambia. No obstante la máquina sigue quedando plasmada como una propuesta didáctica para poder llevar a cabo en las aulas de Educación Primaria.

El nuevo enfoque a tener en cuenta para la puesta en práctica surge a partir de la siguiente pregunta: ¿Y si el fin de la máquina pasa a ser la comprensión del concepto de suma? Trabajar las matemáticas con niños que presentan Necesidades Educativas Especiales es un reto para muchos maestros/as. Así, nos proponemos establecer una línea de trabajo para que la máquina de sumar sirva como material didáctico para enseñar la operación de adición. Puesto que ha sido

diseñada para reflejar las propiedades de la suma, así como para crear una imagen clara de la abstracción numérica de la adición, era casi seguro que su utilización reforzaría en un niño estos conceptos y le ayudaría en el salto de la noción conjuntista (tangible) a la recursiva (abstracta).

## 5. CONCLUSIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

En cuanto a las conclusiones de este proyecto seré breve, ya que considero que a lo largo del trabajo ha quedado todo muy explicado y por lo tanto, de lo contrario sería repetirme en lo mismo.

En primer lugar, cabe decir que no es fácil idear un sistema (aún basado en el método tradicional de regletas) que verifique unas características que se plantean como necesarias a priori. Aun así, esto se ha conseguido.

Además, hemos adaptado el material (que técnicamente podía resultar muy útil) para un niño con un trastorno específico. Esta adaptación personalizada ha dado excelentes resultados, con una respuesta por parte del niño altamente satisfactoria, incluso mayor a nuestras expectativas más optimistas.

También, hemos verificado la eficiencia del material didáctico y del método de aprendizaje asociado, por lo que nos sentimos satisfechas del esfuerzo, primero por intentar imaginar el “artilugio” que funcionara.

Concluiremos diciendo que siempre podemos hacer ver que las matemáticas son un “juego divertido”, incluso la parte repetitiva para adquirir destrezas, e incluso para los niños con problemas de aprendizaje.

### **Propuestas de mejora**

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos podemos decir que se han cumplido, en gran medida, los objetivos que se planteaban en un primer momento. No obstante, es necesario remarcar que hay aspectos que se pueden mejorar.

El principal de ellos es la organización temporal de la puesta en práctica que se ha llevado a cabo. Como he mencionado con anterioridad no se pueden obtener los resultados reales de la

aplicación debido a que no se ha llegado a la abstracción total del concepto de adición. Observando el avance que ha llevado el niño a lo largo de las sesiones se puede esperar que sí se logre el resultado esperado. De todas formas, se podría aplicar la propuesta durante más tiempo para saberlo.

Otro de los puntos a mejorar en relación al conjunto del proyecto, sería la puesta en práctica de las otras propuestas didácticas planteadas. Por diversas razones no se han podido llevar al aula, y en consecuencia, obtener y observar resultados de los mismos. Sin embargo estamos convencidos de que el método puede resultar también muy efectivo para aquellos alumnos que dominan la mecánica abstracta de las operaciones y en los que deseamos profundizar más en el concepto de las propiedades de la suma. Por ello tenemos la clara intención de llevar a la práctica, en un futuro cercano, dichas propuestas.



## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aebli, H. (1968). *Una didáctica basada en la psicología de Jean Piaget*. Buenos Aires. Kapelusz.
- Beard, R. M. (1971). *Psicología evolutiva de Piaget*. Buenos Aires. Kapelusz.
- Brissiaud, R. (1993). *El Aprendizaje del cálculo: más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos*. Madrid. Vigor.
- Castro, E. (2001). *Didáctica de la matemática en Educación Primaria*. Madrid. Síntesis.
- Currículo Educación Primaria (2007). Área de Matemáticas. Vol. 1. (pp 97- 121).
- García, J. L. Á., & Jiménez, J. E. G. (2011). La competencia matemática. In *Elementos y razonamientos en la competencia matemática [Recurso electrónico]* (pp. 5-28). Subdirección General de Documentación y Publicaciones.
- Hernán, F.; Carillo, E. (1988). *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid. Síntesis.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la suma y de la resta*. Madrid. Síntesis.
- Pascual, J.R.; Wilhelmi, M.R. (2006). *Matemáticas para maestros*. Pamplona.
- Piaget, J. (1971). Los estadios del desarrollo intelectual del niño y del adolescente. J. Piaget, P. Osterrieth, y H. Wallon (comp.). *Los estadios en la psicología del niño*. Buenos Aires: Nueva Visión.

## 7. ANEXOS

### Anexo I: Sumas con ayudas

Nombre:

3
+ 1

4
+ 2

5
+ 4

8
+ 0

6
+ 2

7
+ 3

1
+ 1

3
+ 2

4
+ 4

2
+ 1

3
+ 2

8
+ 1

**Anexo II: Sumas sin ayudas**

Nombre:

3

+ 1

---

4

+ 2

---

5

+ 4

---

8

+ 0

---

6

+ 2

---

7

+ 3

---

1

+ 1

---

3

+ 2

---

4

+ 4

---

2

+ 1

---

3

+ 2

---

8

+ 1

---

**Anexo III: Carta****DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

15 de abril de 2014

**Estimados niños y niñas de Tercer Ciclo de Educación Primaria:**

Nos dirigimos a vosotros/as en nuestra calidad de profesoras de matemáticas del Primer Ciclo de Educación Primaria, con el fin de informaros la necesidad de vuestra colaboración, debido a:

Los niños y niñas de primer curso de Educación Primaria, necesitan aprender a sumar y restar, como vosotros hicisteis cuando teníais su edad. Creemos que una de las mejores formas de enseñarles estas operaciones es que los alumnos más mayores construyan una máquina que sume.

¿Qué mejor forma de enseñarles?

¿Estáis dispuestos a colaborar?

En caso positivo, los tutores les darán la información que el proceso requiere.

Atentamente,



**Anexo IV: Contrato de compromiso****NUESTRO COMPROMISO**

Los alumnos de \_\_\_\_ de Primaria, nos comprometemos a construir una máquina que realice la operación de suma. Una vez realizada, presentaremos nuestro proyecto al resto del colegio.

Firmado:

**Anexo V: Diploma**

# DIPLOMA



OTORGA DEPARTAMENTO DE  
MATEMÁTICAS AL  
ALUMNO/A: .....

.....

POR: SER PARTÍCIPE DEL PROYECTO "UNA MÁQUINA  
PARA SUMAR".

LUGAR Y FECHA:

FIRMADO: maestras de matemáticas del Primer  
Ciclo de Educación  
Primaria.

A handwritten signature in black ink, consisting of a stylized 'L' shape followed by a horizontal line.

A handwritten signature in black ink, consisting of a circular shape with vertical lines inside.

## Anexo VI: Ficha de evaluación de los alumnos

VALORACIÓN DE LA EXPERIENCIA. ALUMNOS					
	Insuficiente	Bajo	Medio	Alto	Excelente
He comprendido mejor el concepto de suma.					
El proyecto me ha ayudado a entender aspectos que antes desconocía.					
Creo que la realización del proyecto aporta aspectos positivos para la comprensión de las matemáticas.					
La propuesta me ha resultado atractiva.					
Las explicaciones del profesor me han servido de ayuda.					
La actitud del profesor es positiva.					
Las pautas de trabajo han sido claras.					
Funcionamiento del grupo de trabajo.					
Todos los componentes del grupo han mostrado buena disposición e interés hacia la construcción.					
Hemos solucionado con éxito los problemas que se nos han planteado.					
Los resultados obtenidos son buenos.					
La presentación de la maquina se ha desarrollado con éxito.					

### OBSERVACIONES

## Anexo VII: ficha de evaluación del profesor

VALORACIÓN DE LA EXPERIENCIA. PROFESOR					
	Insuficiente	Bajo	Medio	Alto	Excelente
Considero que los alumnos han entendido mejor el concepto de suma.					
Les ha ayudado a entender aspectos que antes desconocía.					
Creo que la realización del proyecto aporta aspectos positivos para la comprensión de las matemáticas.					
La propuesta ha resultado atractiva.					
Las explicaciones del profesor me han servido de ayuda.					
La actitud de los alumnos es positiva.					
Los alumnos han planteado sus dudas.					
Funcionamiento de los grupos de trabajo.					
Todos los componentes del grupo han mostrado buena disposición e interés hacia la construcción.					
Se han solucionado con éxito los problemas que se nos han planteado.					
Los resultados obtenidos son buenos.					
La presentación de la maquina se ha desarrollado con éxito.					

### OBSERVACIONES